Математическая физика, анализ, геометрия
1999, т. 6, № 1/2, с. 191–194

Михаил Иосифович Кадец

(75 лет со дня рождения)

30 ноября 1998 года Михаилу Иосифовичу Кадецу исполнилось 75 лет. М.И. Кадец родился в Киеве. После окончания средней школы и службы в Советской Армии он поступил в 1946 г. на физико-математический факультет Харьковского государственного университета. Еще будучи студентом, Михаил Иосифович заинтересовался теорией банаховых пространств. В 1948 году вышла книга Банаха в украинском переводе. Михаил Иосифович изучил ее в студенческие годы и заинтересовался многими поставленными там проблемами. Одной из таких проблем, к полному решению которой М.И. Кадец затем шел в течение 12-и лет, была знаменитая проблема Фреше–Банаха о топологической эквивалентности всех сепарабельных бесконечномерных банаховых пространств. В своей первой публикации в 1953 г. Кадец доказал эквивалентность пространств c_0 и l_1. Затем в серии работ он последовательно доказывал, что все бесконечномерные сепарабельные равномерно выпуклые

(1955), рефлексивные (1958), сопряженные (1959), с безусловным базисом (1965) и, наконец, все сепарабельные бесконечномерные банаховы пространства гомеоморфны (1966).

Для установления взаимно-однозначного соответствия между двумя сепарабельными банаховыми пространствами необходимо было выбрать "систему координат"в каждом из них. М.И. Кадец выбирает совершенно необычную "систему координат"(подсказанную теоремой Бернштейна о существовании непрерывной функции с заданной последовательностью отклонений от полиномиальных подпространств). Интересно, что традиционные "системы координат" (скажем, коэффициенты Фурье по полной минимальной системе) не работают в данной проблеме. Второй составной частью метода Кадеца является введение эквивалентной нормы со специальными свойствами (слабая и сильная сходимости совпадают на сфере).

Метод эквивалентных норм, созданный М.И. Кадецом для решения проблемы Фреше–Банаха, в дальнейшем привел к образованию самостоятельной области, которую можно назвать теорией эквивалентных перенормировок. Отметим некоторые относящиеся к ней результаты. М.И. Кадец доказал, что каждое сепарабельное банахово пространство имеет эквивалентную локально равномерно выпуклую норму. С. Троянский, используя результаты Амира и Линденштраусса, обобщил эту теорему на слабо компактно порожденные пространства. Линденштраусс доказал, что каждое слабо компактное выпуклое множество в пространстве с локально равномерно выпуклой нормой есть замыкание по норме выпуклой оболочки своих строго выставленных точек. Тем самым была доказана следующая теорема: каждое слабо компактное выпуклое подмножество банахова пространства есть замыкание по норме выпуклой оболочки своих строго выставленных точек. Это утверждение — удивительно красивое использование эквивалентных норм.

Отметим еще результат самого Михаила Иосифовича о существовании нелинейного операторного базиса в каждом сепарабельном бесконечномерном банаховом пространстве, а также теорему Джонсона–Розенталя о существовании ограниченно полной базисной последовательности в любом сепарабельном сопряженном пространстве. Оба этих результата базируются на теореме Кадеца о существовании эквивалентной нормы, в которой слабая и сильная сходимости на сфере совпадают.

С момента выхода в 1948 г. книги Банаха в украинском переводе прошло 50 лет, и теория банаховых пространств существенно изменилась, во многом благодаря работам М.И. Кадеца. Практически все его результаты имеют то или иное продолжение, а некоторые из них легли в основу целых направлений современной теории банаховых пространств. Приведем некоторые примеры.

М.И. Кадец доказал, что сепарабельное банахово пространство обладает эквивалентной дифференцируемой по Фреше нормой тогда и только тогда, когда сопряженное пространство сепарабельно. Этот результат стал одним из первых в теории гладких перенормировок банаховых пространств (см. монографию R. Deville, G. Godefroy, and V. Zizler "Smoothness and renormings in Banach spaces Harlow, Essex, England: Longman Scientific and Technical; New York, Wiley, 1993).

Оценка Кадеца–Снобара проекционной константы n-мерного пространства и оценка Гурария–Кадеца–Мацаева расстояния Банаха–Мазура между n-мерными пространствами l_{p_1} и l_{p_2} явились одними из первых результатов в теории конечномерных пространств (см. монографию N. Tomczak–Jaegermann "Banach-Mazur distances and finite-dimensional operator ideals Harlow, Essex, England: Longman Scientific and Technical; New York, Wiley, 1989).

Теорема Кадеца–Кюрстена о счетности спектра векторнозначной функции, почти периодической на каждом линейном функционале — важнейший результат теории векторнозначных почти периодических функций.

Фундаментальные результаты М.И. Кадеца и А. Пелчинского о линейно-топологической структуре пространств L_p имеют многочисленные приложения не только в теории банаховых пространств, но и в теории функций.

Со студенческих лет до настоящего времени Михаил Иосифович сохранил интерес к рядам в банаховых пространствах. В 1954 году он доказал, что область сумм условно сходящегося ряда в L_p, нормы членов которого подчинены некоторому дополнительному условию, есть сдвинутое подпространство. Эта теорема стала первым обобщением теоремы Штейница на бесконечномерные банаховы пространства. В дальнейшем выяснилось, что это дополнительное условие на нормы членов ряда не может быть опущено. В 1989 году, совместно с К. Возняковским, М.И. Кадец доказал, что в каждом бесконечномерном банаховом пространстве существует ряд, область сумм которого состоит из двух точек. Хорошо известен также результат М.И. Кадеца, обобщающий теорему Орлича о безусловно сходящихся рядах в L_p на равномерно выпуклые банаховы пространства. Сейчас теория рядов в банаховых пространствах — развитый раздел теории банаховых пространств. Ему посвящена монография "Series in Banach spaces: conditional and unconditional convergence"(Birkhauser, Basel, 1997), написанная Михаилом Иосифовичем совместно с В.М. Кадецом.

Большое место в исследованиях М.И. Кадеца занимают работы по биортогональным системам в банаховых пространствах. Здесь, кроме фундаментальных результатов в теории банаховых пространств, им получен результат, хорошо известный в гармоническом анализе — теорема Кадеца об "$\frac{1}{4}$", дающая решение знаменитой проблемы Пэли–Винера.

Много внимания и сил Михаил Иосифович уделяет педагогической работе. Девятнадцать его учеников защитили кандидатские диссертации и семь из них стали докторами наук. М.И. Кадец щедро делится своими математическими идеями с учениками. Одним из важных уроков, преподанных им Михаилом Иосифовичем, является высоко поднятая "планка" требований к своим результатам.

Поздравляя Михаила Иосифовича с 75-летием, мы желаем ему здоровья, радости от творчества и успехов в педагогической деятельности.

В.А. Марченко, К.В. Маслов, С.П. Новиков,
И.В. Островский, М.И. Островский, Л.А. Пастур,
А.В. Погорелов, В.П. Фонф, С.Я. Хавинсон, Е.Я. Хруслов.