Математическая физика, анализ, геометрия
2002, т. 9, № 1, с. 79–94

Полная классификация допустимых представлений бесконечномерных классических матричных групп. II*

Н.И. Нессонов

Харьковский государственный технический университет сельского хозяйства
ул. Артёма, 44, Харьков, 61024, Украина
E-mail:n_nessonov@hotmail.com

Статья поступила в редакцию 20 апреля 2001 г.

Представлена В.Я. Голодцом

Статья является второй и последней частью работы, в которой получено полное описание классов унитарной эквивалентности допустимых представлений бесконечномерных групп $GL(\infty), Sp(2\infty), O(2\infty)$, и содержит классификационные результаты для случая симплектической и ортогональной групп.·

Стаття є другою і останньою частиною роботи, де одержано повний опис класів унітарної еквівалентності припустимих зображень нескінченновимірних груп $GL(\infty)$, $Sp(2\infty)$, $O(2\infty)$, і містить класифікаційні результати для випадку симплектичної та ортогональної груп.

6. Описание допустимых представлений групп $Sp(2\infty)$ и $O(2\infty)$

Главным результатом этой части работы является теорема 6.15, устанавливающая полноту списка допустимых фактор–представлений, построенных в разд. 1, для групп $Sp(2\infty)$ и $O(2\infty)$. По умолчанию будем считать в этом разделе, что G совпадает с одной из групп $Sp(2\infty)$ или $O(2\infty)$.

Пусть $\Theta_1^{(n)}$ — подгруппа $\Theta^{(n)}$, состоящая из матриц вида $\theta^{(n)}(x,0)$ (см. разд. 3 (I)), $GN_n = G_d(n,\infty)\Theta_1^{(n)}$. Заметим, что подгруппа GN_n естественно изоморфна группе движений G_n^I.

· Mathematics Subject Classification 2000: 46L55, 46L65, 81505.

*Сохраняем общую нумерацию разделов в обеих частях работы. Первая часть работы опубликована в журнале "МАГ", 2001, т. 8, № 3, с. 282–307.

Предложение 6.1. *Если* Π — *допустимое фактор–представление ранга* $\mathbf{r}(\Pi)$ *группы* G, *действующее в гильбертовом пространстве* H_Π, η — *ненулевой вектор из* H_Π *и* $n \geq \mathbf{r}(\Pi)$, *то имеют место следующие свойства:*

i) в подпространстве $H_\eta = [\Pi(GN_n)\eta]$ *существует ненулевой вектор* η_U, *для которого* $\Pi(u)\eta_U = \eta_U \ \forall u \in U(GN_n)$;

ii) если $(\Pi(GN_n), H_\eta, \eta) = \int\limits_S (\Pi_s(GN_n), H_\eta(s), \eta(s))\, d\mu(s)$ — *разложение* (Π, GN_n, H_η) *в прямой интеграл фактор-представлений, соответствующий центру* $(\Pi(GN_n))''$, *то для* μ-*п.в.* $s \in S$ $(\Pi_s, GN_n, H_\eta(s))$ *кратно представлению* $\left(\Pi_{Az(s)}, (GN_n), P_i^\kappa L^2\left(\Lambda_{\mathbf{r}(\Pi)}, \nu_{\mathbf{r}(\Pi)}\right)\right)$ *(см. теорему 5.10 и (6)). Причем ранг матрицы* $z(s)$ *равен* $\mathbf{r}(\Pi)$ *для* μ-*п.в.* $s \in S$.

Д о к а з а т е л ь с т в о основано на теореме 4.1, классификационных утверждениях 5.7, 5.10 и анализе конкретной реализации допустимых представлений группы G_d, изоморфной $GL(\infty)$.

З а м е ч а н и е 6.2. Пусть Π — такое же, как в предложении 6.1, ξ — циклический вектор для Π ($H_\Pi = [\Pi(G)\xi]$). Тогда для Π и G справедливы теорема 5.1 и предложение 5.2. А именно, класс унитарной эквивалентности представления Π группы G однозначно определяется сужением Π на $G(q,\infty)$, действующим в $H_q = [\Pi\left(G(q,\infty)\right)\xi_q]$, где $\xi_q = \Pi(\sigma_q)\xi$ $(\sigma_q e_i = e_{i+(sign\, i)q})$ (см. предложение 5.2).

Обозначим через E_q проектор из H_Π на H_q.

Из предложения 6.1 вытекает важная

Лемма 6.3. *Пусть* Π — *такое же, как в условиях утверждений 6.1–6.2,* $q = \mathbf{r}(\Pi)$. *Существует* $\Pi(U(GK_q))$ — *неподвижный единичный вектор* $\eta_q^{(U)} \in H_\Pi$ *со свойством: если* $E_q^{(U)}$ — *ортопроектор из* H_Π *на* $\left[\Pi(GK_q)\eta_q^{(U)}\right]$, *то* $E_q^{(U)}\xi_q \neq 0$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. В качестве $\eta_q^{(U)}$ следует взять единичный $\Pi(U(GN_q))$-неподвижный вектор из подпространства $H_{\xi_q} = [\Pi(GN_q)\xi_q]$, существование которого вытекает из предложения 6.1 (i). Он удовлетворяет всем условиям леммы, кроме $\Pi(U(GK_q))$-неподвижности. Но последнее свойство является элементарным следствием полного описания структуры допустимых представлений группы $U(GK_q)$, полученного А.А. Кирилловым в [1], и $\Pi(U(GN_q))$-неподвижности вектора $\eta_q^{(U)}$.

Пусть $v_q \left|E_q E_q^{(U)} E_q\right|^{\frac{1}{2}} = E_q^{(U)} E_q$ — полярное разложение оператора $E_q^{(U)} E_q$, $v_q{}^* v_q = e_q \leq E_q$, $v_q v_q{}^* = e_q^{(U)} \leq E_q^{(U)}$.

Уменьшая в случае необходимости проектор e_q и учитывая тот факт, что $v_q \in \Pi(G(q,\infty))'$, а $\Pi(G(q,\infty))''$ — фактор в H_q, , а также используя утверждения 6.1–6.2, получаем

Предложение 6.4. *Пусть* Π *— такое же, как в утверждениях 6.1–6.3. Представление* $(\Pi, G(q,\infty), H_q)$*, являющееся сужением* Π *на группу* $G(q,\infty)$ *и действующее в* $H_q = [\Pi(G(q,\infty))\xi_q]$*, кратно* $\left(\Pi, G(q,\infty), e_q^{(U)} H_\Pi\right)$*, где* $e_q^{(U)} H_\Pi \subset [\Pi(GK_q)v_q\xi_q] \subset \left[\Pi(GK_q)\eta_q^{(U)}\right] = H_q^{(U)}$*,* $\eta_q^{(U)}$ *— единичный* $\Pi(U(GK_q))$*-неподвижный вектор.*

Д о к а з а т е л ь с т в о вытекает из соотношения $v_q\Pi(g)v_q^* = v_q e_q \Pi(g) v_q^* = v_q e_q v_q^* \Pi(g) = e_q^{(U)}\Pi(g)\ \forall\, g \in G(q,\infty)$.

Перейдем к изучению структуры сужения представления Π на GK_q, действующего в $H_q^{(U)}$.

Предложение 6.5. *Пусть* $C(M)$ *— центр* w^**-алгебры* M*,* Π*,* $\eta_q^{(U)}$ *— такие же, как и в условии предложения 6.4,* $q = \mathbf{r}(\Pi)$*. Тогда* $C(\Pi(GN_q)'') \subset C(\Pi(GK_q)'')$*.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $\Theta^{(n,q)} = \Theta^{(n)} \cap \Theta^{(q)}$ $(n \geq q)$, $\Theta_1^{(n,q)} = \Theta_1^{(n)} \cap \Theta^{(n,q)}$, $GK_{n,q}$ $(GN_{n,q})$ порождена $G(n,\infty)$, Δ_q, и $\Theta^{(n,q)}$ $((G_d(n,\infty)$ и $\Theta_1^{(n,q)})$. Очевидно, $GK_{q,q} = GK_q$, $GN_{q,q} = GK_q$.

Если установим соотношения

$$C(\Pi(GK_q)'')E_q^{(U)} = \bigcap_{n\geq q} C(\Pi(GK_{n.q})'')E_q^{(U)}, \tag{16}$$

$$C(\Pi(GN_q)'')E_q^{(U)} = \bigcap_{n\geq q} C(\Pi(GN_{n.q})'')E_q^{(U)}, \tag{17}$$

то из того факта, что $GN_q \subset GK_q$, будет вытекать утверждение нашего предложения.

Пусть $c \in C(\Pi(GK_q)'')E_q^{(U)}$. Существуют наборы элементов $\left\{g_{ik_i}\right\}_{k_i=1}^{N_i} \in GK_q \cap G(i)$ и комплексные числа $\left\{c_{ik_i}\right\}_{k_i=1}^{N_i}$ $(i \in \mathbb{N})$ со свойствами

$$\left|\left|\sum_{k_i=1}^{N_i} c_{ik_i}\Pi(g_{ik_i})\right|\right| < ||c||, \quad \lim_{i\to\infty}\left|\left|\sum_{k_i=1}^{N_i} c_{ik_i}\Pi(g_{ik_i})f - cf\right|\right| = 0\ \forall\ f \in H_q^{(U)}. \tag{18}$$

Далее заметим, что в $U(G_d(q,\infty))$ существует последовательность элементов u_i $(i \in N)$ со свойством

$$u_i\, g_{ik_i}\, u_i^* = g'_{ik_i} \in GK_{i,q} \;\forall\; i \geq q\,. \tag{19}$$

Отсюда, учитывая (18) и $\Pi(U(G_d(q,\infty)))$-неподвижность вектора $\eta_q^{(U)}$, получаем

$$\lim_{i\to\infty}\left\|\sum_{k_i=1}^{N_i} c_{ik_i}\,\Pi(g'_{ik_i})\eta_q^{(U)} - c\,\eta_q^{(U)}\right\| = 0\ .$$

Это соотношение и (19) приводят к следующей цепочке равенств:

$$\begin{aligned} 0 &= \lim_{i\to\infty}\left\|\Pi(g)\Bigg(\sum_{k_i=1}^{N_i} c_{ik_i}\,\Pi(g'_{ik_i})\eta_q^{(U)} - c\,\eta_q^{(U)}\Bigg)\right\| \\ &= \lim_{i\to\infty}\left\|\sum_{k_i=1}^{N_i} c_{ik_i}\,\Pi(g'_{ik_i})\Pi(g)\eta_q^{(U)} - c\,\Pi(g)\eta_q^{(U)}\right\| = 0, \end{aligned}$$

справедливых для всех $g \in GK_q$.

Отсюда, учитывая (18), получаем свойство (16). Соотношение (17) устанавливается аналогично. Предложение 6.5 доказано.

Предложение 6.6. *Пусть* Π, q, $\eta_q^{(U)}$, $H_q^{(U)}$ *— такие же, как в предложении 6.5,*

$$(\Pi, GK_q, H_q^{(U)}) = \int_S (\Pi_s, GK_q, H_q^{(U)}(s))\,d\mu(s)$$

— разложение $\left(\Pi,\ GK_q, H_q^{(U)}\right)$ *в прямой интеграл фактор-представлений, соответствующий центру* $\Pi(GK_q)''E_q^{(U)}$, $\eta_q^{(U)} = \int_S \eta_q^{(U)}(s)\,d\mu(s)$. *Тогда:*

i) для μ*-п.в.* $s \in S$ *подпространство*
$\left\{\eta(s) \in H_q^{(U)}(s)\ :\ \Pi_s(u)\eta(s) = \eta(s)\ \forall\ u \in U(GK_q)\right\}$ *— одномерно;*

ii) $\Pi(GN_q)''$ *— фактор в* $H_q^{(U)}(s)$*;*

iii) $H_q^{(U)}(s) = \left[\Pi_s(GK_q)\eta_q^{(U)}(s)\right] = \left[\Pi_s(GN_q)\eta_q^{(U)}(s)\right]$ *для* μ*-п.в.* $s \in S$.

Доказательство. Так как GK_q — а.а. группа (см. определение 3.1), а $(\Pi_s\,, GK_q\,, H_q^{(U)}(s))$ — циклическое фактор-представление, то свойство *(i)* является следствием общей теоремы 3.4.

Утверждение *(ii)* вытекает из предложения 6.5.

Для обоснования *(iii)* заметим, что подпространство $H^{\perp}(s) = H_q^{(U)}(s) \ominus \left[\Pi_s(GN_q)\eta_q^{(U)}(s)\right]$ $\Pi_s(GN_q)$ — инвариантно. Если $H^{\perp}(s) \neq 0$, $P^{\perp}(s)$ — ортопроектор из $H_q^{(U)}(s)$ на $H^{\perp}(s)$, то, согласно свойству *(ii)*, в $\Pi_s\left(GN_q\right)'$ существует частичная изометрия w_s, для которой $w_s w_s^* \leq P^{\perp}(s)$ и $w_s\eta_q^{(U)}(s) \neq 0$. По построению вектор $w_s\eta_q^{(U)}(s)$ $\Pi_s(U\left((GN_q)\right)$ — неподвижен. Так как Π_s — допустимое представление для μ-п.в. $s \in S$, то из структуры допустимых представлений групп $U(Sp(2\infty))$ и $U(O(2\infty))$, полностью описанной А.А. Кирилловым в [1], получаем $\Pi_s(U(GK_q))$-неподвижность вектора $w_s\eta_q^{(U)}(s)$. Но последний факт противоречит свойству *(i)*. Предложение 6.6 доказано.

Следующее утверждение вытекает из предложений 3.2, 6.1, 6.6 и классификационной теоремы 5.10.

Предложение 6.7. *Пусть* Π *— такое же, как и в предложении 6.6. Тогда существует* μ*-измеримое поле изометрий* $V_s (s \in S)$*, отображающих* $H_q^{(U)}(s)$ *на* $L_2\left(\Lambda_q, \nu_q\right)$ *такое, что операторы* $V(s)\Pi_s(g)V_s^{-1} = \widehat{\Pi}_s(g)$ *действуют в* $L_2\left(\Lambda_q, \nu_q\right)$ *при* $g \in GN_q$ *следующим образом:*

$$(\widehat{\Pi}_s(g_q)\eta)(\lambda) = \hat{\alpha}_{A}(\lambda, g)\eta(\lambda g),$$

$$(\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(x,0))\eta)(\lambda) = \exp[\imath\Re Tr(z(s)\lambda x)]\eta(\lambda)\,, \tag{20}$$

где $\hat{\alpha}_{A}$ *определено в условии теоремы 2.1,* $z(s)$ *—* $q \times q$*-матрица,* A *— с.с.* $q \times q$*-матрица и* $q = \mathbf{r}(\Pi)$*.*

Причем A *не зависит от* s*, отображение* $s \to z(s)$ *—* μ*-измеримо, а ранг* $z(s)$ *равен* q *для* μ*-п.в.* $s \in S$*.*

Теперь нашей ближайшей целью станет получение, наряду с (20), явного вида действия операторов $\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(x,y))$, $\widehat{\Pi}_s(\gamma_u^{(q)}(b))$ и $\widehat{\Pi}_s(\gamma_o^{(q)}(b))$ (см. разд. 3(I)).

Следующее утверждение вытекает из коммутационных соотношений (8) и из предложений 6.6(*iii*)–6.7.

Предложение 6.8. *Пусть* Π *удовлетворяет условиям предложения 6.1, а* $\widehat{\Pi}_s$ $(s \in S)$ *построены согласно предложению 6.7. Существует* μ*-измеримое отображение* h *из* S *в множество симметрических (антисимметрических) при* $G = Sp(2\infty)$ $(G = O(2\infty))$ $q \times q$*-матриц такое, что операторы* $\widehat{\Pi}_s(g)$ $(g \in GK_q)$ *действуют в* $L^2\left(\Lambda_q, \nu_q\right)$ *следующим образом:*

$$(\widehat{\Pi}_s(\delta^{(q)}(a))\eta)(\lambda) = \exp\{\imath\,\Re\,Tr(a\,h(s))\}\eta(\lambda)\,, \tag{21}$$

$$(\widehat{\Pi}_s(g_q)\eta)(\lambda) = \hat{\alpha}_{_A}(\lambda, g)\eta(\lambda g), \tag{22}$$

$$(\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(x,0))\eta)(\lambda) = \exp[\imath\, \Re\, Tr(z(s)\lambda x)]\eta(\lambda)\,, \tag{23}$$

$$(\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(0,y))\eta)(\lambda) = U(y,\lambda,s)$$

$$\times\left[\frac{d\nu_q(\lambda + 2z^{-1}(s)(yh(s))^t)}{d\nu_q(\lambda)}\right]^{\frac{1}{2}}\eta(\lambda + 2z^{-1}(s)(yh(s))^t), \tag{24}$$

$$(\widehat{\Pi}_s(\gamma_u^{(q)}(b))\eta)(\lambda) = M(b,\lambda,s)\eta(\lambda)\,. \tag{25}$$

Причем U и M — унитарные скалярные функции.

В следующем утверждении получим вид коцикла U и функции M, введенных в предложении 6.8.

Лемма 6.9. *Если $h(s)$, $z(s)$ $(s \in S)$ такие же, как в условиях предложений 6.7–6.8, то имеют место следующие соотношения:*

i) $U(y,\lambda,s) = \exp\left\{2\imath\, Tr\left[\lambda^* A z^{-1}(s)(yh(s))^t + (\lambda^* A z^{-1}(s)(yh(s))^t)^*\right.\right.$
$\left.\left. + 2(z^{-1}(s)(yh(s))^t)^* A z^{-1}(s)(yh(s))^t\right]\right\}$;

ii) $h(s)$ *для μ-п.в. $s \in S$ обратима;*

iii) $M(b,\lambda,s) = \exp\left\{-\imath\, \Re\, Tr\left[R(s)\lambda b \lambda^t\right]\right\}$, *где* $R(s) = \frac{1}{4}z^t(s)h^{-1}(s)z(s)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. В приводимых ниже рассуждениях опускаем стандартные технические тонкости метрического характера.

Пусть $Y(\infty, q)$ — множество всех локально ненулевых $(\infty \times q)$-матриц из бесконечного числа строк и q столбцов. Если $y \in Y(\infty, q)$, то через $y(k)$ обозначим матрицу из $Y(\infty, q)$, имеющую только одну ненулевую k-ю строку, совпадающую с k-й строкой матрицы y. Так как оператор $\widehat{\Pi}_s\left(\theta^{(q)}(0, y(k))\right)$ коммутирует со всеми $\widehat{\Pi}_s(u)$, где $u \in U(G_d(q,\infty))$, и удовлетворяет условию $ue_m = e_m$ при $m = \pm k$, то легко показать, что:

a) $U(y(k),\lambda,s)$ зависит лишь от переменных k-го столбца матрицы $\lambda \in \Lambda_q$;

b) $U(y,\lambda,s) = \prod\limits_k U(y(k),\lambda,s)$.

Обозначим через $Y_q(\infty,q)$ подмножество в $Y(\infty,q)$, состоящее из матриц, у которых первые q строк нулевые. Пусть L_q подгруппа в $G_d(q,\infty) \in G$, состоящая из матриц вида $l_q(x) = \begin{bmatrix} ((l(x))^{-1})^t & 0 \\ 0 & l(x) \end{bmatrix}$, где $l(x) = \begin{bmatrix} I_q & 0 & 0 \\ 0 & I_q & x \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$, x — любая локально ненулевая $q \times \infty$-матрица.

Элемент $\lambda \in \Lambda_q$ будем записывать в виде $\lambda = (\lambda_q, \lambda(q,\infty))$, где λ_q — $q \times q$-матрица, состоящая из первых q столбцов матрицы λ.

Если $y \in Y_q(\infty, q)$, то из соотношения $l_q(x)\theta^{(q)}(0,y) = \theta^{(q)}(0,y)l_q(x)$, полагая $\alpha_{_A}(\lambda, g) = \exp\{Tr\,[\,\imath\, A\lambda(gg^*-1)\lambda^*]\}$ и учитывая (23)–(24), получаем

$$\alpha_{_A}\left([\lambda_q, \lambda(q,\infty)]\ , l(x)\right)\, U\left(y, [\lambda_q, \lambda(q,\infty)+\lambda_q x]\,, s\right)$$

$$= \alpha_{_A}\left(\left[\lambda_q, \lambda(q,\infty) + 2z^{-1}(yh(s))^t\right]\ , l(x)\right)\, U(y,\lambda,s)\,. \tag{26}$$

Положим

$$a(\lambda,x,y) = \exp\Big\{ -2\imath\, Tr\big[\lambda^*(q,\infty)Az^{-1}(yh(s))^t$$
$$+(\lambda^*(q,\infty)Az^{-1}\big(yh(s)\big)^t)^* + x^*\lambda_q^*Az^{-1}(s)\big(yh(s)\big)^t$$
$$+(x^*\lambda_q^*Az^{-1}(s)(yh(s))^t)^* + 2(z^{-1}(s)\big(yh(s)\big)^t)^*Az^{-1}(s)\big(yh(s)\big)^t\big]\Big\}\,.$$

Так как $\alpha_{_A}(\lambda, g) = \exp\{Tr\,[\,\imath\, A\lambda(gg^*-1)\lambda^*]\}$, то согласно (26) получаем

$$a(\lambda,x,y)U\left(y, [\lambda_q, \lambda(q,\infty)+\lambda_q x]\,, s\right) = a(\lambda,0,y)U(y,\lambda,s). \tag{27}$$

Из свойств (a)–(b), учитывая вид действия операторов $\widehat{\Pi}_s(g_q)$, $\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(0,y))$ (см.(24) и (26)) и принадлежность y к $Y_q(\infty,q)$, легко вывести независимость $U(y,\lambda,s)$ от λ_q.

Отсюда, с учетом (27), получаем независимость $a(\lambda,0,y)U(y,\lambda,s) = c(y,s)$ от λ.

Следовательно,

$$U(y,\lambda,s) = c(y,s)\exp\{\,-2\imath\, Tr\Big[\lambda^*(q,\infty)Az^{-1}(yh(s))^t$$
$$+(\lambda^*(q,\infty)Az^{-1}(yh(s))^t)^* + 2(z^{-1}(s)(yh(s))^t)^*Az^{-1}(s)(yh(s))^t\Big]\}$$

для всех $y \in Y_q(\infty,q)$ и $\lambda \in \Lambda_q$.

С помощью этого соотношения легко проверяется, что $\mathcal{U}(y,\lambda,s) = U(y,\lambda,s)\cdot\, c^{-1}(y,s)$ — 1-коцикл действия группы $\theta^{(q)}(0,\, Y_q(\infty,q))$ на Λ_q . Так как U — также 1-коцикл и $c(y,s)$ не зависит от λ, то $c(\cdot,s)$ — мультипликативный характер на аддитивной группе $Y_q(\infty,q))$.

Если $g = \begin{bmatrix} I_q & 0 \\ 0 & g_1 \end{bmatrix}$, $g_q = \begin{bmatrix} (g^{-1})' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g \end{bmatrix}$, то из соотношения $\widehat{\Pi}_s(g_q)\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(0,y))(\widehat{\Pi}_s(g_q))^* = \widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(0,(g_1^{-1})^t y))$, учитывая (22) и (24), получаем с помощью простых вычислений $c(y,s) = c((g_1^{-1})^t y, s)\ \forall\ g_1$. Следовательно, $c \equiv 1$. Соотношение (i) доказано.

Для доказательства (ii) и (iii) получим соотношение, связывающее $z(s)$ и $h(s)$ $(s \in S)$ (см. (21)–(25)).

Очевидно, что изометрия V_s $(s \in S)$ из предложения 6.7 переводит $\Pi_s(U(GK_q))$-неподвижный вектор $\eta_q^{(U)}(s)$ в вектор $\xi_0 \in L^2(\Lambda_q, \nu_q)$, определяемый функцией, которая тождественно равна единице на Λ_q.

Положим

$$s_-^{(q)}(e_i)(s_+^{(q)}(e_i)) = \begin{cases} s_-^{(q)}(e_i)\,(\,s_+^{(q)}(e_i)\,), & \text{если } |i| > q, \\ e_i\,, & \text{если } |i| \le q. \end{cases}$$

Так как Π — допустимое представление, то оно продолжается по непрерывности на $s_-^{(q)}(s_+^{(q)})$. Более того, операторы $\Pi(s_-^{(q)})(\Pi(s_+^{(q)}))$ можно аппроксимировать элементами из $\Pi(U(GK_q))$. Отсюда $\Pi_s(s_\pm^{(q)})\eta_q^{(U)}(s) = \eta_q^{(U)}(s)$ (см. лемму 6.3 и предложение 6.6). Следовательно, $\hat{\Pi}_s(s_\pm^{(q)})\xi_0 = \xi_0$. Это условие вместе с соотношением $\left(s_\pm^{(q)}\right)^{-1}\theta^{(q)}(x,0)s_\pm^{(q)} = \theta^{(q)}(0, \pm x)$ приводит к равенству

$$(\hat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(x,0))\xi_0\,,\,\xi_0) = (\hat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(0, \pm\, x))\xi_0\,,\,\xi_0\,).$$

Вычисляя обе части последнего равенства с учетом ((i)) и соотношений (25)–(27), получаем

$$\exp\left\{-\frac{1}{4}Tr(x^*xz(s)z^*(s))\right\}$$
$$= \exp\{-Tr[x^*x(4h(s)((z^{-1})^*A^2z^{-1})^t h^*(s) + h(s)((z^{-1})^*z^{-1})^t h^*(s))]\}\,.$$

Следовательно,

$$z(s)z^*(s) = 4h(s)(z^{-1}(s))^t(1+4A^2)^t((z^{-1}(s))^t)^*h^*(s)\,. \tag{28}$$

Так как $rang z(s) = q$ для μ-п.в. $s \in S$ (см. предложение 6.1), то из (26) получаем свойство (ii).

Перейдем к обоснованию (iii).

В первую очередь, заметим, что из (ii) вытекает корректность определения матрицы $R(s) = \frac{1}{4}z^t(s)h^{-1}(s)z(s)$.

Положим

$$T(b,\lambda,s) = \exp\{-\imath\,\Re Tr[R(s)\lambda b\lambda^t]\}.$$

Соотношение

$$\theta^{(q)}(0,y)\gamma_u^{(q)}(-b)\theta^{(q)}(0,-y) = \gamma_u^{(q)}(-b)\delta^{(q)}((by)^ty)\theta^{(q)}(by,0)$$

(см.(8)) приводит к равенству

$$\begin{gathered} M(-b, \lambda + 2z^{-1}(yh(s))^t, s) \\ = M(-b, \lambda, s) \exp\{\imath \Re Tr\{[(by)^t yh(s) + z(s)\lambda by]\} \ . \end{gathered}$$

Отсюда, учитывая определение $T(b, \lambda, s)$, получаем

$$\begin{gathered} M(-b, \lambda + 2z^{-1}(yh(s))^t, s) T(b, \lambda + 2z^{-1}(yh(s))^t, s) \\ = M(-b, \lambda, s) T(b, \lambda, s) \ . \end{gathered}$$

Так как y произвольно, а $rang(h(s)) = rang(z(s)) = q$, то $M(-b, \lambda, s) \cdot T(b, \lambda, s) = c(b, s)$ не зависит от λ. Отсюда, учитывая определение $T(b, \lambda, s)$ и соотношение $g_q \gamma_u^{(q)}(b)(g_q)^{-1} = \gamma_u^{(q)}(gbg^t)$ (см.(8)), получаем $c(b, s) = c(gbg^t, s) \ \ \forall g$. Следовательно, $c(b, s) = 1$ для μ-п.в. $s \in S$. Лемма 6.9 доказана.

Лемма 6.10. *Пусть* $R(s) = \frac{1}{4} z^t(s) h^{-1}(s) z(s), |R(s) R^*(s)|^{\frac{1}{2}} u(s) = R(s)$ — *полярное разложение* $R(s)$. *Тогда для* μ-*п.в.* $s \in S$ *справедливы соотношения:*

i) $I + 4(A^t)^2 = 4R(s)R^*(s)$;

ii) $-A = u^*(s) A^t u(s)$.

Доказательство. Пусть $g_q = \begin{bmatrix} (g^{-1})^t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g \end{bmatrix}$, ξ_0 — вектор из $L^2(\Lambda_q, \nu_q)$, определяемый функцией, которая тождественно равна единице. Предположим, что матрица g имеет вид $\begin{bmatrix} g(n) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, где $g(n)$ — $n \times n$-матрица, для которой $(g(n)g^*(n) - I_n)$ — обратима. Отождествим C^{qn} с множеством всех матриц из n строк и q столбцов.

Согласно (22)

$(\widehat{\Pi}_s(g_q)\xi_0)(\lambda) = \exp\left[-\frac{1}{2} Tr((1 - 2\imath A)\lambda(gg^* - 1)\lambda^*) \right]$.

Отсюда и из (23) с помощью обычных вычислений получаем

$$\begin{aligned} (\widehat{\Pi}_s(g_q)\xi_0)(\lambda) = c(g, s) \int\limits_{C^{qn}} \exp\Bigg[-\frac{1}{2} Tr(z(s)(1 - 2\imath A)^{-1} \\ \times z^*(s) x_n^* (g(n)g^*(n) - I_n)^{-1} x_n)\Bigg] (\widehat{\Pi}_s(\theta^{(q)}(x, 0))\xi_0)(\lambda) \, dx_n \, , \end{aligned} \tag{29}$$

где $x_n \in C^{qn}$, $x = \begin{bmatrix} x_n \\ 0 \end{bmatrix}$, $c(g, s)$ зависит только от g и s.

Из определения $s_{\pm}^{(q)}$ и из (29) вытекает следующая цепочка равенств:

$$\left(\left(\widehat{\Pi}_s\left(s_{\pm}^{(q)}\right)\right)^{-1}\widehat{\Pi}_s\left(g_q\right)\widehat{\Pi}_s\left(s_{\pm}^{(q)}\right)\xi_0\right)(\lambda)=\left(\widehat{\Pi}_s\left(\left(g_q^{-1}\right)^t\right)\xi_0\right)(\lambda)$$
$$=\exp\left\{-\frac{1}{2}Tr\left[(1-2\imath A)\lambda((g^{-1})^t\bar{g}^{-1}-1)\lambda^*\right]\right\}$$
$$=c(g,s)\int\limits_{C^{qn}}\exp\left[-\frac{1}{2}Tr(z(s)(1-2\imath A)^{-1}z^*(s)x_n^*(g(n)g^*(n)-I_n)^{-1}x_n)\right]$$
$$\times\left(\widehat{\Pi}_s\left(\theta^{(q)}(0,\pm x)\right)\xi_0\right)(\lambda)\,dx_n\,.$$

Далее, учитывая (26) и утверждение леммы 6.9(i), получаем

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}Tr\left[(1-2\imath A)\lambda((g^{-1})^t\bar{g}^{-1}-1)\lambda^*\right]\right\}$$
$$=c(g,s)\int\limits_{C^{qn}}\exp\left\{-\frac{1}{2}Tr\left[z(s)(1-2\imath A)^{-1}z^*(s)x_n^*(g(n)g^*(n)-I_n)^{-1}x_n\right.\right.$$
$$-2(1-2\imath A)z^{-1}(s)h(s)x^t\lambda^*-2h^*(s)(z^*(s))^{-1}(1-2\imath A)\lambda\bar{x}$$
$$\left.\left.+4\bar{x}h^*(s)(z^*(s))^{-1}(1-2\imath A)z^{-1}(s)h(s)x^t\right]\right\}dx\,.$$

Вычисление интеграла в правой части приводит к соотношению

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}Tr\left[(1-2\imath A)\lambda((g^{-1})^t\bar{g}^{-1}-1)\lambda^*\right]\right\}$$
$$=\exp\left\{2Tr\left[(1-2\imath A)\left(z^*(s)(h^*(s))^{-1}\bar{z}(s)(1-2\imath A^t)^{-1}z^t(s)h^{-1}(s)\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\times z(s)\otimes\left((g(n)g^*(n))^t-1\right)^{-1}+4(1-2\imath A)\right)^{-1}\{(1-2\imath A)\lambda(n)\}\lambda^*(n)\right]\right\}. \tag{30}$$

Здесь $\lambda(n)$ состоит из первых n столбцов матрицы λ, действие оператора $a\otimes b$ на $\lambda\in\Lambda_q$ определено следующим образом: $(a\otimes b)\{\lambda\}=a\lambda b$.

С помощью обычных вычислений можно убедиться, что (30) выполняется тогда и только тогда, когда

$$4(1-2\imath A)=z^*(s)(h^*(s))^{-1}\bar{z}(s)(1-2\,i\,A^t)^{-1}z^t(s)h^{-1}(s)z(s).$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}&1+4(A^t)^2=4R(s)R^*(s),\\&-4A=R^*(s)\left(1+4(A^t)^2\right)^{-1}A^tR(s)\,.\end{aligned}\tag{31}$$

Если $|R(s)R^*(s)|^{\frac{1}{2}}u(s) = R(s)$ — полярное разложение $R(s)$, то из (29) вытекает соотношение $-A = u^*(s)A^tu(s)$. Лемма 6.10 доказана.

Для μ-п.в. $s \in S$ представление $\widehat{\Pi}_s$ группы GK_q определяется набором параметров $\{A, z(s), h(s)\}$, введенных в предложениях 6.7–6.8. Если ε — неотрицательное число, то через $\vartheta(\varepsilon), \varsigma(\varepsilon)$ обозначим 2×2-матрицы вида $\varsigma(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0 & \imath\varepsilon \\ -\imath\varepsilon & 0 \end{bmatrix}$, $\vartheta(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 \\ 0 & -\varepsilon \end{bmatrix}$.

Из предложений 6.9–6.10 стандартными методами элементарной теории матриц можно получить следующее утверждение.

Предложение 6.11. *Существует μ-измеримое отображение $w(\cdot)$ из S в $U(q)$ с такими свойствами:*

i) если $G = Sp(2\infty)$, то

$$w(s)Aw^*(s) = d_{sp}(A) = \begin{bmatrix} \varsigma(\lambda_1) & 0_2 & \dots & 0_2 & 0 \\ 0_2 & \varsigma(\lambda_2) & \dots & 0_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_2 & 0_2 & \dots & \varsigma(\lambda_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0_p \end{bmatrix},$$

где 0_p — нулевая $p \times p$-матрица, $\lambda_j > 0$ при $j = 1, 2, \dots, k$ (k может принимать также нулевое значение) и $2k + p = q$; $\bar{w}(s)u(s)w^*(s) = I_q$ (см. лемму 6.10);

ii) если $G = O(2\infty)$, то

$$w(s)Aw^*(s) = d_o(A) = \begin{bmatrix} \vartheta(\lambda_1) & 0_2 & \dots & 0_2 & 0 \\ 0_2 & \vartheta(\lambda_2) & \dots & 0_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_2 & 0_2 & \dots & \vartheta(\lambda_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{2p} \end{bmatrix},$$

где $2p + 2k = q$, а остальные свойства параметров матрицы $d_o(A)$ такие же, как и в (i);

$$u_o = \bar{w}(s)u(s)w^*(s) = \begin{bmatrix} \varsigma(-\imath) & 0_2 & \dots & 0_2 \\ 0_2 & \varsigma(-\imath) & \dots & 0_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_2 & 0_2 & \dots & \varsigma(-\imath) \end{bmatrix};$$

iii) $R_c = \bar{w}(s)R(s)w^*(s) = \frac{1}{2}\sqrt{1 + 4w(s)A^2w^*(s)}\,\bar{w}(s)u(s)w^*(s)$ не зависит от s.

Рассмотрим унитарный оператор W, действующий в $L^2(S,\mu) \otimes L^2(\Lambda_q, \nu_q)$ согласно формуле

$$(W\eta)(s, \lambda) = \eta(s, w^*(s)\lambda), \quad \text{где} \quad \eta \in L^2(S,\mu) \otimes L^2(\Lambda_q, \nu_q).$$

Следующее утверждение вытекает из предложений 6.6–6.8, 6.11 и выполняет те же функции при описании представлений группы G, что и лемма 5.5 в случае $GL(\infty)$.

Предложение 6.12. *Обозначим через V изометрию гильбертова пространства $H_q^{(U)} = \int\limits_S^{\oplus} H_q^{(U)}(s)\, d\mu(s)$ на $L^2(S,\mu)\otimes L^2\left(\Lambda_q,\nu_q\right)$, определенную следующим образом: $(V\eta)(s) = V_s\eta(s)$, где $\eta(s)\in H_q^{(U)}(s)$, $V_s\eta(s)\in L^2(\Lambda_q,\nu_q)$ для μ-п.в. $s\in S$ (см. предложения 6.6–6.7). Для $g\in GK_q$ положим*

$$\ddot{\Pi}(g) = WV\Pi(g)V^*W^* \ , \quad \zeta(s) = z(s)w^*(s) \ .$$

Тогда действие операторов $\ddot{\Pi}(g)$ в $L^2(S,\mu)\otimes L^2\left(\Lambda_q,\nu_q\right)$ определяется соотношениями:

$$(\ddot{\Pi}(\theta^{(q)}(x,0))\eta)(s,\lambda) = \exp[\imath\, \Re\, Tr(\zeta(s)\lambda x)]\eta(s,\lambda)\, ; \tag{32}$$

$$(\ddot{\Pi}(g_q)\eta)(s,\lambda) = \begin{cases} \hat{\alpha}_{d_{sp}(A)}(\lambda,g)\eta(s,\lambda g), & \text{если } \ g_q\in Sp(2\infty) \\ \hat{\alpha}_{d_o(A)}(\lambda,g)\eta(s,\lambda g), & \text{если } \ g_q\in O(2\infty) \ ; \end{cases} \tag{33}$$

$$(\ddot{\Pi}(\gamma_u^{(q)}(b))\eta)(s,\lambda)$$

$$= \begin{cases} \exp\left\{-\frac{i}{2}Tr[\sqrt{1+4(d_{sp}(A))^2}\,\lambda b\lambda^t]\right\}\eta(s,\lambda g), & \text{если } \ b=b^t, \\[2ex] \exp\left\{-\frac{i}{2}Tr[\sqrt{1+4(d_o(A))^2}\,u_o\lambda b\lambda^t]\right\}\eta(s,\lambda g), & \text{если } \ b=-b^t \end{cases} \tag{34}$$

(см. предложение 6.11(ii) и лемму 6.9(iii));

$$(\ddot{\Pi}(\theta^{(q)}(0,y))\eta)(s,\lambda)$$

$$= U(y,\lambda,s)\left[\frac{d\nu_q(\lambda+2\zeta^{-1}(s)(yh(s))^t)}{d\nu_q(\lambda)}\right]^{\frac{1}{2}}\eta(s\, ,\ \lambda+2\zeta^{-1}(s)(yh(s))^t)\ . \tag{35}$$

Вид унитарного коцикла из последнего соотношения приведен в условии леммы 6.9 (см. также (24)). Причем в соответствующем выражении $z(s)$ следует заменить на $\zeta(s)$, а A — на $w(s)Aw^*(s)$ (см. предложение 6.11).

Преимущество реализации $\ddot{\Pi}$ согласно соотношениям (32)–(35) в том, что вид операторов $\ddot{\Pi}(g_q)$ и $\ddot{\Pi}(\gamma_u^{(q)}(b)$ не зависит от s.

Так как $\ddot{\Pi}$ — допустимое представление, то оно по непрерывности расширяется на группу, порожденную GK_q и $s_-^{(q)}$ при $G = Sp(2\infty)$ или GK_q и $s_+^{(q)}$ при $G = O(2\infty)$.

Заменяя в случае необходимости $\Pi(U(GK_q))$-неподвижный вектор $\overset{U}{\eta_q}$ (см. лемму 6.3 и предложение 6.6) на $c\overset{U}{\eta_q}$, где c — оператор из центра w^*-алгебры $(\Pi(GK_q))''$, можно считать, что $WV\overset{U}{\eta_q} = \xi_0$ (см. предложение 6.12). Вектор ξ_0 определяется функцией на $S \times \Lambda_q$, тождественно равной единице. Следовательно, $\ddot{\Pi}(s_\pm^{(q)})\xi_0 = \xi_0$. Отсюда и из соотношений (22), (24) получаем

$$\left(\ddot{\Pi}\left(s_\pm^{(q)}\right)\right)^{-1} \ddot{\Pi}\left(\theta^{(q)}(x,0)\right)\xi_0 = \ddot{\Pi}\left(\theta^{(q)}(0,\pm x)\right)\xi_0.$$

Таким образом,

$$\exp\left\{i\,\Re Tr(\lambda x)\right\}\eta(s,\lambda) \overset{\ddot{\Pi}\left(s_\pm^{(q)}\right)^{-1}}{\longrightarrow} \exp\left\{2iTr\Big[\pm\lambda^* d_\sharp(A)\zeta^{-1}(s)h^t(s)(\zeta^t(s))^{-1}x^t\right.$$

$$\left.\pm\bar{y}\overline{\zeta(s)}^{-1}\overline{h(s)}\zeta^{-1}(s)d_\sharp(A)\lambda + 2\bar{y}\overline{\zeta(s)}^{-1}\overline{h(s)}\zeta^{-1}(s)d_\sharp(A)\zeta^{-1}(s)h^t(s)(\zeta^{-1})^t y^t\Big]\right\}$$

$$\times\left[\frac{d\nu_q\left(\lambda + 2\zeta^{-1}(s)h^t(s)(\zeta^{-1}(s))^t y^t\right)}{d\nu_q(\lambda)}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{36}$$

где $\sharp$ обозначает один из индексов o или sp.

Из этого соотношения получаем важное

З а м е ч а н и е 6.13. Так как $\zeta(s) = z(s)w^*(s)$, то в силу утверждений 6.10–6.12 выполняется соотношение

$$R = \bar{w}(s)R(s)w^*(s) = \frac{1}{4}\zeta^t(s)h^{-1}(s)\zeta(s),$$

и по этой причине вид действия оператора $\ddot{\Pi}(s_\pm^{(q)})$ не зависит от $s \in S$.

Обозначим через $\widetilde{G}(q,\infty)$ группу, порожденную всеми элементами g_q, $\gamma_u^{(q)}(b)$, $s_\pm^{(q)}$. Очевидно, $G(q,\infty) \subset \widetilde{G}(q,\infty)$. Следовательно, при $g \in G(q,\infty)$ $\ddot{\Pi}(g) = I_{L^2(S,\mu)} \otimes \widetilde{\Pi}(g)$, где $\widetilde{\Pi}(g)$ — унитарный оператор в $L^2(\Lambda_q,\nu_q)$ (см. утверждения 6.12–6.13). Обозначим через ℓ_q естественный изоморфизм групп $G(q,\infty)$ и G $(\ell_q : g \in G(q,\infty) \longrightarrow \sigma_q^* g \sigma_q \in G)$.

Итогом наших рассмотрений является следующее утверждение.

Теорема 6.14. *Пусть* Π *— такое же, как и утверждениях 6.1–6.4,* ξ *— циклический вектор для* Π, $\xi_q = \Pi(\sigma_q)$ *и* Π_A *— представление группы* G*, построенное в разд. 1 (см. предложения 1.2–1.3). Тогда сужение* Π *на* $G(q,\infty)$*, которое действует в* $[\Pi(G(q,\infty))\xi_q]$*, кратно неприводимой компоненте представления, определяемого цепочкой отображений:*

$$g \in G(q,\infty) \longrightarrow \ell_q(g) \in G \longrightarrow \Pi_A(\ell_q(g)).$$

Д л я д о к а з а т е л ь с т в а достаточно заметить, что по построению $\Pi_A \circ \ell_q$, естественно унитарно, эквивалентно $\widetilde{\Pi}$.

При формулировке основного классификационного результата отметим ключевые моменты наших рассмотрений.

Мы предположили, что допустимое фактор-представление Π группы G циклично относительно единичного вектора $\xi \in H_\Pi$ (см. замечание 6.2). Затем рассмотрели сужение Π на подгруппу $G(q,\infty)$, действующее в $[\Pi(G(q,\infty))\Pi(\sigma_q)\xi]$. Было показано, что оно является подпредставлением сферического представления объемлющей группы GK_q (см. предложение 6.4), для которого в предложении 6.12 приведена явная реализация. Причем вид операторов $\ddot{\Pi}(g)$ (см. (33), (34) и (36)) при $g \in G(q,\infty)$ не зависит от $s \in S$ (см. также замечание 6.13). Наконец, в теореме 6.14 был установлен вид представления $(\Pi, G(q,\infty), [\Pi(G(q,\infty))\Pi(\sigma_q)\xi])$. Вернуться к представлению Π группы G позволяет принадлежащая Г.И. Ольшанскому теорема 0.5.

Согласно этому факту Π по непрерывности расширяется на σ_q и поэтому справедливо соотношение

$$(\Pi(g)\xi,\xi)_{H_\Pi} = (\Pi(\sigma_q g \sigma_q{}^* + I_q(0))\Pi(\sigma_q)\xi, \Pi(\sigma_q)\xi)_{H_\Pi}, \qquad (37)$$

где $I_q(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, а $\sigma_q g \sigma_q{}^* + I_q(0)$ принадлежит $G(q,\infty)$.

Далее, согласно теореме 6.14 в L_q^A (см. разд. 1), существует вектор f_ξ, для которого

$$(\Pi(\sigma_q g \sigma_q{}^* + I_q(0))\Pi(\sigma_q)\xi, \Pi(\sigma_q)\xi)_{H_\Pi} = (\Pi_A \circ \ell_q(\sigma_q g \sigma_q{}^* + I_q(0)) f_\xi\,, f_\xi)_{L_q^A}.$$

Отсюда и из (35) получаем $(\Pi(g)\xi,\xi)_{H_\Pi} = (\Pi_A(g) f_\xi, f_\xi)_{L_q^A}$.

Это соотношение вместе с теоремой 1.4 приводят к главному результату раздела.

Теорема 6.15. *Пусть* Π *— допустимое фактор-представление группы* G ($G = Sp(2\infty)$ *или* $O(2\infty)$). *Тогда существуют: натуральное число* q, $q\times q$ *— самосопряженная матрица* A, *удовлетворяющая соответствующим условиям из предложений 1.2–1.3, неприводимое представление* ρ *группы* $O(A,q) \subset U(q)$ *при* $G = Sp(2\infty)$ *или* $Sp(A,m) \subset U(q)$ *при* $G = O(2\infty)$ *(см. разд. 1) такие, что* Π *кратно сужению* Π_A *на* $P_{k\rho}\,L_q^A$ *(см. теорему 1.4).*

Список литературы

[1] *А.А. Кириллов*, Представления бесконечномерной унитарной группы. — *Докл. АН СССР* (1973), т. 212, с. 288–290.

[2] *Г.И. Ольшанский*, Унитарные представления бесконечномерных классических групп $U(p,\infty)$, $SO_0(p,\infty)$, $Sp(p,\infty)$ и соответствующих групп движений. — *Функц. анализ и его прил.* (1978), т. 12, № 3, с. 32–44.

[3] *Г.И. Ольшанский*, Унитарные представления бесконечномерных пар (G,K) и формализм Р. Хау. — *Докл. АН СССР* (1983), т. 269, с. 33–36.

[4] *Г.И. Ольшанский*, Конструкция унитарных представлений бесконечномерных классических групп. — *Докл. АН СССР* (1980), т. 250, с. 284–288.

[5] *Г.И. Ольшанский*, Метод голоморфрых расширений в теории унитарных представлений бесконечномерных классических групп. — *Функц. анализ и его прил.* (1988), т. 22, № 4, с. 23–37.

[6] *Г.И. Ольшанский*, Бесконечномерные классические группы конечного R-ранга: описание представлений и асимптотическая теория n. — *Функц. анализ и его прил.* (1984), т. 18, № 1, с. 28–42.

[7] *А.М. Вершик, С.В. Керов*, Характеры и фактор представления бесконечной унитарной группы. — *Докл. АН СССР* (1982), т. 267, № 2, с. 272–276.

[8] *Р.С. Исмагилов*, Бесконечномерные группы и их представления. Тр. междунар. мат. конгресса, Варшава (1983), с. 861–875.

[9] *Н.И. Нессонов*, Описание представлений группы обратимых операторов гильбертова пространства, содержащих единичное представление унитарной подгруппы. — *Функц. анализ и его прил.* (1983), т. 17, № 1, с. 79–80.

[10] *Н.И. Нессонов*, Полная классификация представлений $GL(\infty)$, содержащих единичное представление унитарной подгруппы. — *Мат. сб.* (1986), т. 130, № 2, с. 131–150.

[11] *Н.И. Нессонов*, Полное описание неразложимых сферических функций на бесконечномерной группе движений. — *Докл. АН УССР* (1987), т. 6, с. 7–9.

[12] *Н.И. Нессонов*, Описание допустимых представлений бесконечномерных матричных групп с коэффициентами в конечномерной алгебре. — *Функц. анализ и его прил.* (1992), т. 26, № 2, с. 91–93.

[13] *N.I. Nessonov*, Representations of infinite-dimensional matrix groups and associated dynamical systems. Operator algebras and operator theory, Proc. OATE 2 Conf., Romania (1989), Longman Group UK Limited (1992).

A complete classification of the admissible representations of infinite-dimensional classical matrix groups. II

N.I. Nessonov

The article is the second and last part of the paper, where the classes of unitary equivalence of admissible representation of infinite-dimensional groups $GL(\infty)$, $Sp(2\infty)$, $O(2\infty)$ are exhaustively described. It contains classifications results for admissible representations for the case of symplectic and orthogonal groups.